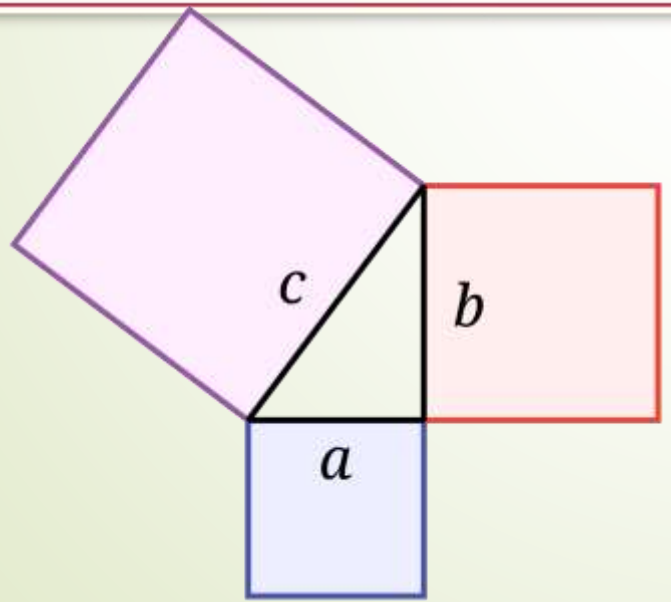
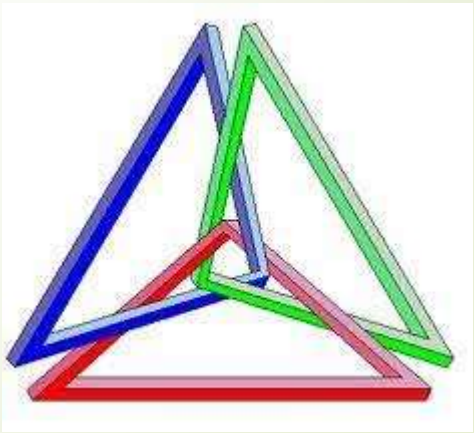
الوحدة الخامسة

المثلثات و نظرية فيثاغورس





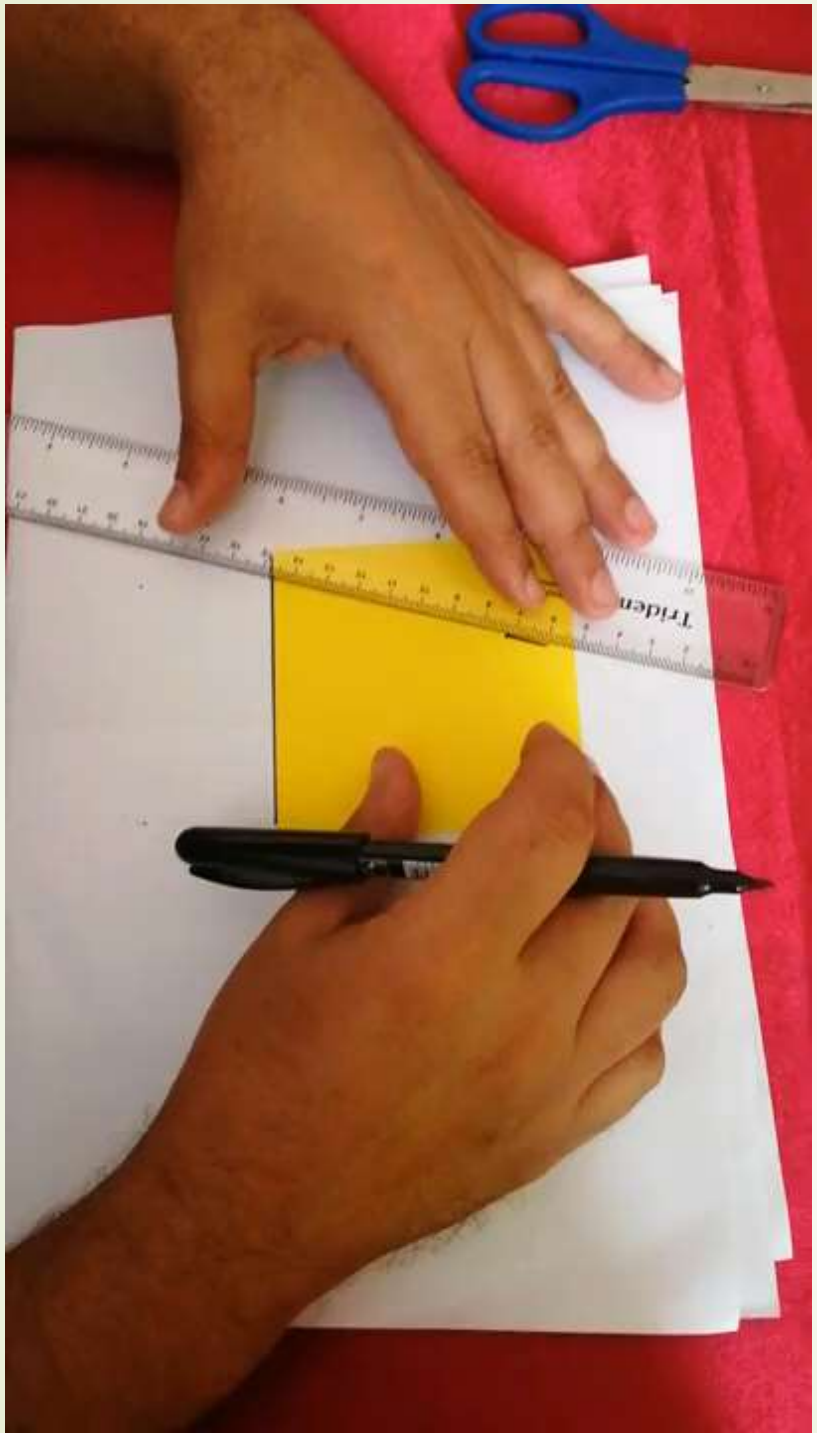
صفحة 389

الدرس 3

زوايا المثلثات

سوف نتعلم :

1. أن يوجد الطالب العلاقة بين قياسات زوايا مثلث.
2. أن يوجد الطالب قياسات الزوايا الناقصة في المثلث .

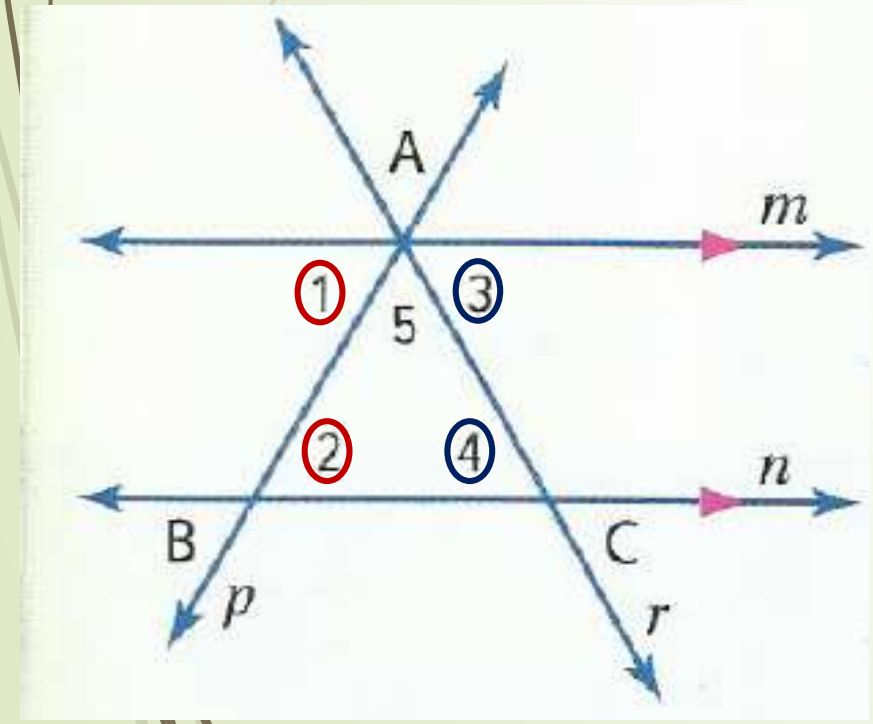


شاهد الفيديو
ماذا تستنتج ؟

مسائل من الحياة اليومية

STEM تبني إيمان وأسماء جسرًا من أعواد تنظيف الأسنان لمسابقة العلوم. تعتقد أسماء أنه يجب بناء الجوانب باستخدام المثلثات. استخدم النشاط لإيجاد مجموع قياسات الزوايا في مثلث.

المستقيمان m و n متوازيان. المستقيمان p و r مستقيمان متقاطعان يتقاطعان عند A.



1. ما الصحيح بشأن قياس كلٍ من $\angle 2$ و $\angle 1$؟ اشرح.

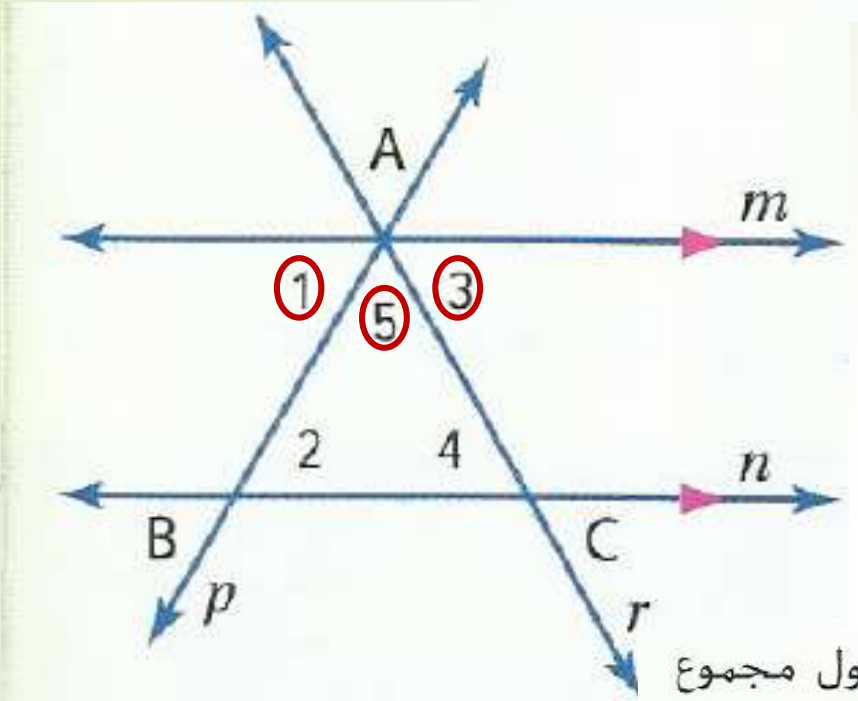
إنهما متساويتان لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان

2. ما الصحيح بشأن قياس كلٍ من $\angle 4$ و $\angle 3$؟ اشرح.

إنهما متساويتان لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان

صفحة 389

3. ما الزاوية الناتجة عن ∠3 و ∠5 و ∠1؟ اكتب معادلة تمثل العلاقة بين الـ 3 زوايا.



زاوية مستقيمة

$$m\angle 1 + m\angle 5 + m\angle 3 = 180$$

4. استخدم المعلومات من التمارين 1 و 2 و 3 لاستخلاص النتائج حول مجموع قياسات زوايا $\triangle ABC$. اشرح استنتاجك.

$m\angle 1 = m\angle 2\ , m\angle 3 = m\angle 4$ بالتعويض في الخطوة الثالثة :

$$m\angle 2 + m\angle 5 + m\angle 4 = 180$$

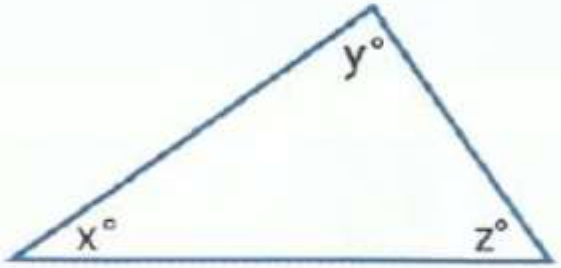
مجموع قياسات الزوايا في ΔABC يساوي $180°$

مجموع زوايا المثلث

الشرح يبلغ مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث $180°$.

الرموز $x + y + z = 180°$

النموذج



يتشكل **المثلث** من ثلاث قطع مستقيمة تتقاطع فقط عند نهاياتها. النقطة التي تتقاطع عندها القطع المستقيمة هي رأس. الزاوية التي شكلتها القطع المستقيمة والتي تقع داخل المثلث هي **زاوية داخلية**.

صفحة 390

مثال

1. أوجد قيمة x في علم أنتيجوا وباربودا.

نكتب معادلة تربط الزوايا الثلاث معًا

$$x + 55 + 90 = 180$$

تبسيط

$$x + 145 = 180$$

$$x = 180 - 145$$

$$x = 35$$

صفحة 390

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. في $\triangle XYZ$، إذا كانت $m\angle X = 72°$ و $m\angle Y = 74°$ فما قياس $m\angle Z$؟

نكتب معادلة تربط الزوايا الثلاث معًا

$$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$$

$$72 + 74 + m\angle Z = 180$$

$$146 + m\angle Z = 180$$

$$m\angle Z = 180 - 146$$

$$m\angle Z = 34°$$

صفحة 390

مثال

2. تُحقق قياسات زوايا $\triangle ABC$ النسبة 1:4:5. فما قياسات الزوايا؟

نفترض أن $m\angle A = x$ فيكون $m\angle B = 4x$ و $m\angle C = 5x$

مجموع قياسات زوايا المثلث 180

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$$

$$x + 4x + 5x = 180$$

$$10x = 180$$

$$x = 180 \div 10$$

$$x = 18$$

$$m\angle A = (18) = 18$$

$$m\angle B = 4(18) = 72$$

$$m\angle C = 5(18) = 90$$

قياسات زوايا المثلث هي : $18°, 72°, 90°$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. تُحقق قياسات زوايا $\triangle LMN$ النسبة 2:4:6. فما قياسات الزوايا؟

نفترض أن $m\angle L = 2x$ فيكون $m\angle M = 4x$ و $m\angle N = 6x$

مجموع قياسات زوايا المثلث 180

$$m\angle L + m\angle M + m\angle N = 180$$

$$2x + 4x + 6x = 180$$

$$12x = 180$$

$$x = 180 \div 12$$

$$x = 15$$

$$m\angle L = 2(15) = 30$$

$$m\angle M = 4(15) = 60$$

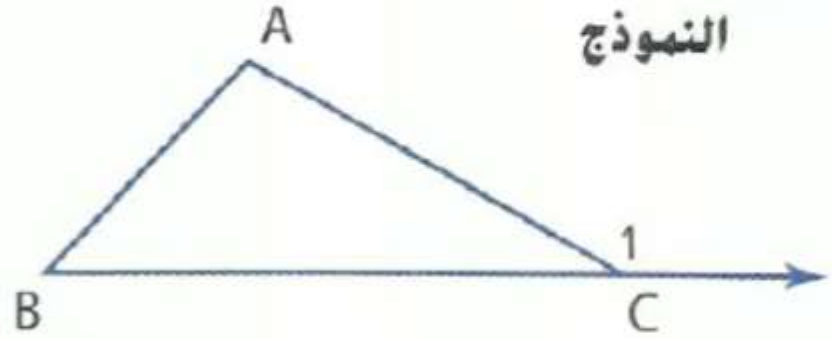
$$m\angle N = 6(15) = 90$$

قياسات زوايا المثلث هي : $30°, 60°, 90°$

الزوايا الخارجية لمثلث

الشرح قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي زاويتيه الداخليتين غير المجاورتين.

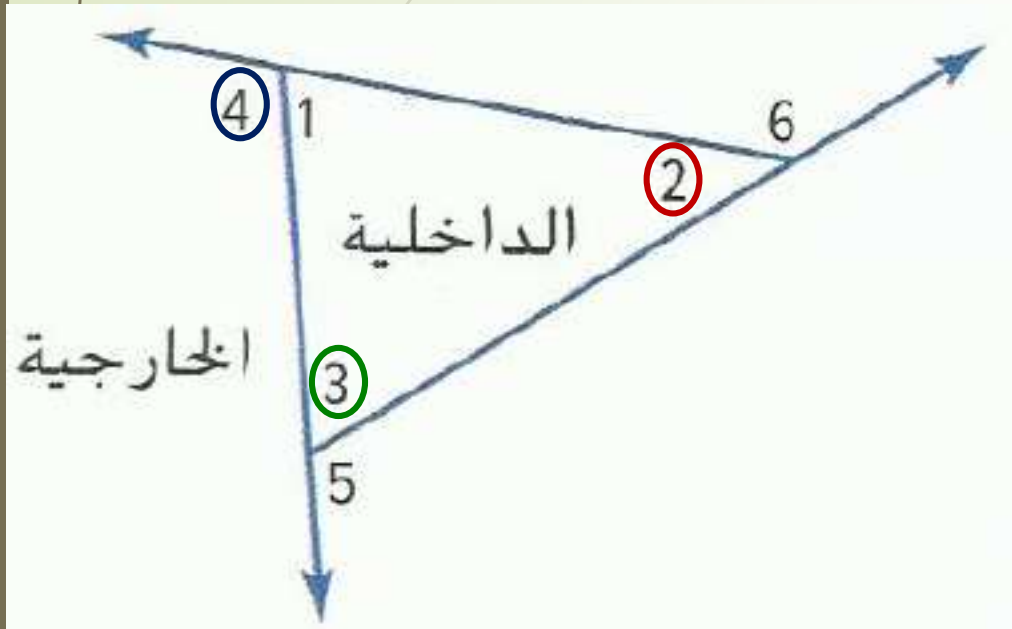
النموذج



الرموز $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

صفحة 391

بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث في المثلث، يمكن أن تتشكل **زاوية خارجية** من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور. يوجد لكل زاوية خارجية في المثلث **زاويتان داخليتان غير مجاورتين**، أي أنهما لا تجاوران الزاوية الخارجية.



$\angle 4$ هي زاوية خارجية للمثلث

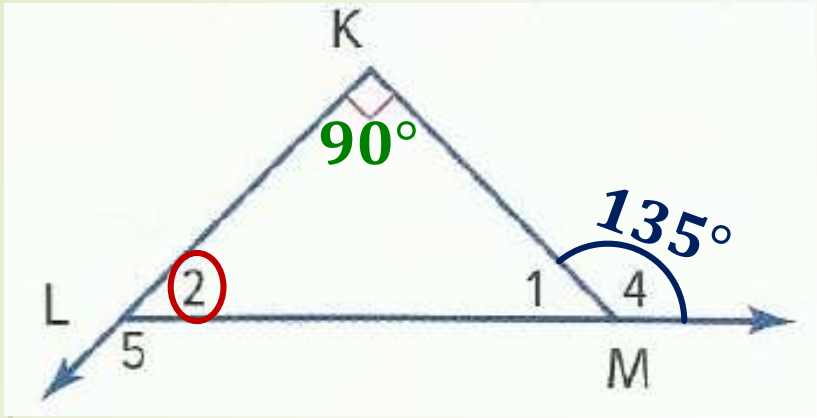
زاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما : $\angle 2$, $\angle 3$

وبالتالي :

$$m\angle 4 = m\angle 2 + m\angle 3$$

صفحة 391

مثال 3. افترض أن $m\angle 4 = 135°$ أوجد قياس $\angle 2$.



$m\angle LKM = 90°$

$\angle 4$ هي زاوية خارجية للمثلث

زاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما :

$\angle 2 , \angle LKM$

نكتب المعادلة : $m\angle 4 = m\angle 2 + m\angle LKM$

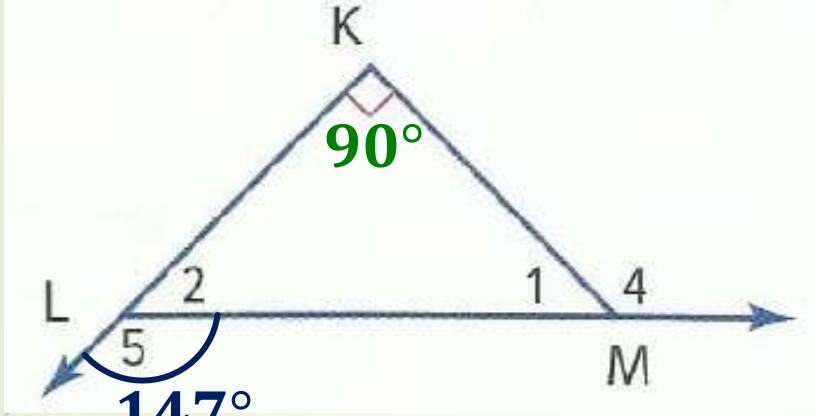
التعويض : $135 = m\angle 2 + 90$

$135 - 90 = m\angle 2$

$m\angle 2 = 45°$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. ارجع إلى الشكل على اليسار.
افترض أن $m\angle 5 = 147°$. أوجد $m\angle 1$.



$\angle 5$ هي زاوية خارجية للمثلث

زاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما : $\angle 1 , \angle K$

نكتب المعادلة :

$$m\angle 1 + m\angle K = m\angle 5$$

التعويض :

$$m\angle 1 + 90 = 147$$

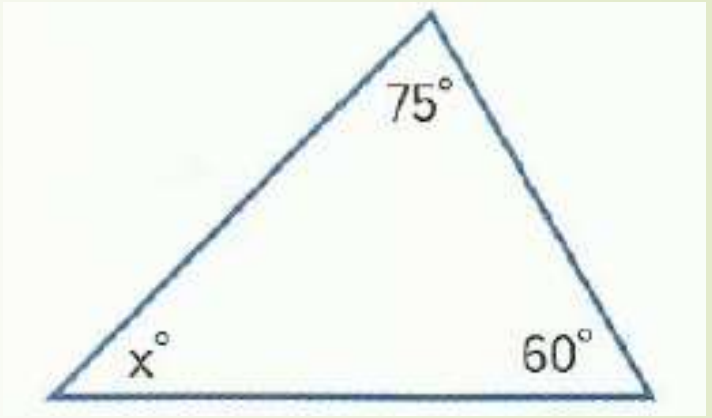
$$m\angle 1 = 147 - 90$$

$$m\angle 1 = 57°$$

تمرين موجّه

صفحة 392

1. أوجد قيمة x في المثلث.



$$x + 75 + 60 = 180$$

$$x + 135 = 180$$

$$x = 180 - 135$$

$$x = 45°$$

تمرين موجّه

صفحة 392

2. ما قيمة x في شراع المركب الشراعي؟

$$x + 70 + 20 = 180$$

$$x + 90 = 180$$

$$x = 180 - 90$$

$$x = 90°$$

تمرين موجّه

3. تُحقق قياسات زوايا $\triangle LMN$ النسبة 1:2:5. فما قياسات الزوايا؟

صفحة 392

نفترض أن $m\angle L = x$ فيكون $m\angle M = 2x$ و $m\angle N = 5x$

مجموع قياسات زوايا المثلث 180

$$m\angle L + m\angle M + m\angle N = 180$$

$$1x + 2x + 5x = 180$$

$$8x = 180$$

$$x = 180 \div 8$$

$$x = 22.5$$

$$m\angle L = 1(22.5) = 22.5$$

$$m\angle M = 2(22.5) = 45$$

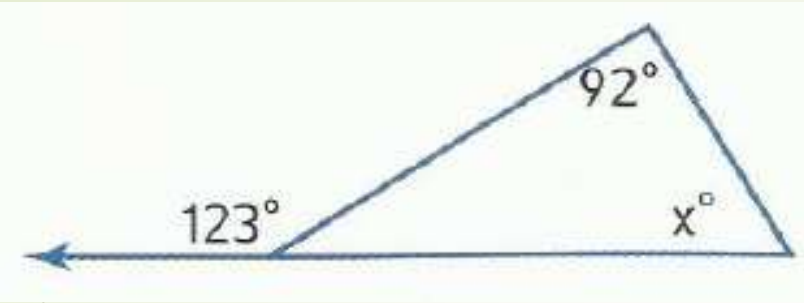
$$m\angle N = 5(22.5) = 112.5$$

قياسات زوايا المثلث هي : $22.5°\ ,\ 45°\ ,112.5°$

صفحة 392

تمرين موجّه

4. أوجد قيمة x في المثلث.



قياس زاوية خارجية في مثلث

يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين غير المجاورتين

$$x + 92 = 123$$

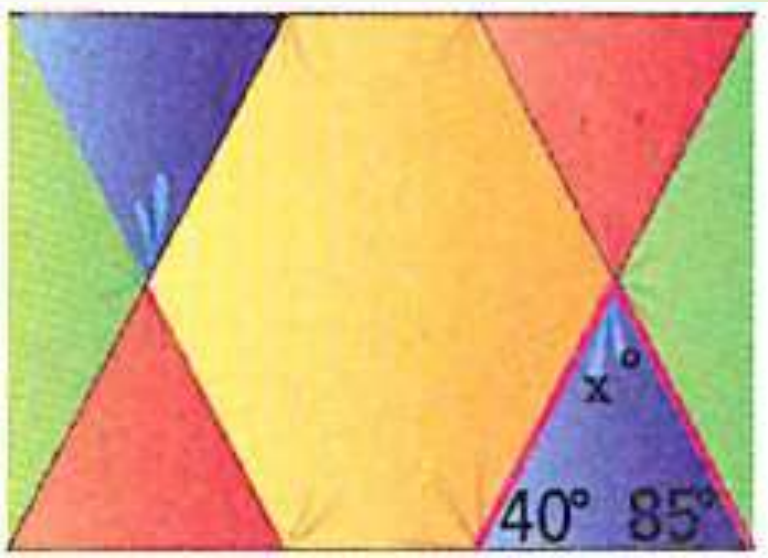
$$x = 123 - 92$$

$$x = 31°$$

تمارين ذاتية

صفحة 393

1. يوضِّح الشكل أدناه الجزء العلوي من طائرة ورقية. ما قيمة x؟ (المثال 1)



$$x + 85 + 40 = 180$$

$$x + 125 = 180$$

$$x = 180 - 125$$

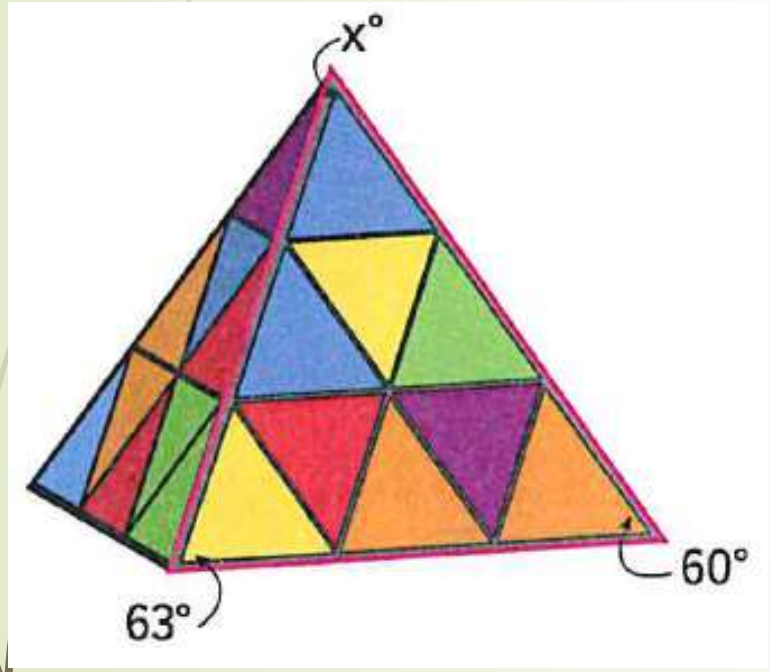
$$x = 55°$$

تمارين ذاتية

صفحة 393

2. يوضّح الشكل أدناه لعبة ألغاز شعبية.

ما قيمة x؟ (المثال 1) _____



$$x + 63 + 60 = 180$$

$$x + 123 = 180$$

$$x = 180 - 123$$

$$x = 57°$$

تمارين ذاتية

3. تُحقق قياسات زوايا $\triangle RST$ النسبة 2:4:9. فما قياسات الزوايا؟ (المثال 2)

نفترض أن $m\angle R = 2x$ فيكون $m\angle S = 4x$ و $m\angle T = 9x$

مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

$$m\angle R + m\angle S + m\angle T = 180$$

$$2x + 4x + 9x = 180$$

$$15x = 180$$

$$x = 180 \div 15$$

$$x = 12$$

$$m\angle R = 2(12) = 24$$

$$m\angle S = 4(12) = 48$$

$$m\angle T = 9(12) = 108$$

قياسات زوايا المثلث هي : $24°$, $48°$,$108°$

تمارين ذاتية

4. تُحقق قياسات زوايا $\triangle XYZ$ النسبة 3:3:6. فما قياسات الزوايا؟ (المثال 2)

نفترض أن $m\angle X = 3x$ فيكون $m\angle Y = 3x$ و $m\angle Z = 6x$

مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

$$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$$

$$3x + 3x + 6x = 180$$

$$12x = 180$$

$$x = 180 \div 12$$

$$x = 15$$

$$m\angle X = 3(15) = 45$$

$$m\angle Y = 3(15) = 45$$

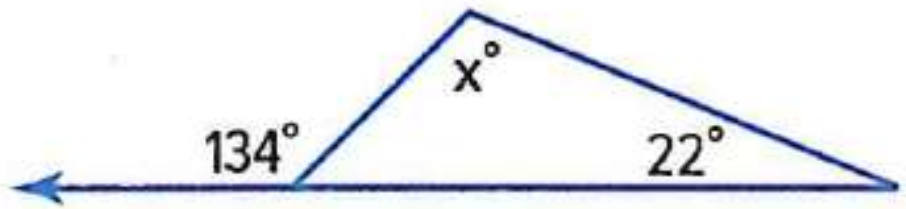
$$m\angle Z = 6(15) = 90$$

قياسات زوايا المثلث هي : $45°, 45°, 90°$

تمارين ذاتية

أوجد قيمة x في كل مثلث.

5.



قياس زاوية خارجية في مثلث

يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين غير المجاورتين

$$x + 22 = 134$$

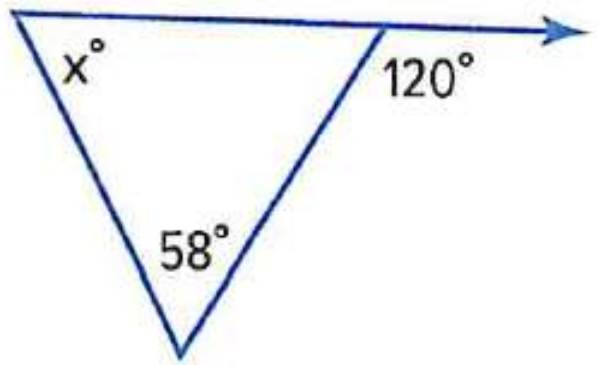
$$x = 134 - 22$$

$$x = 112°$$

تمارين ذاتية

أوجد قيمة x في كل مثلث.

6.



قياس زاوية خارجية في مثلث

يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين غير المجاورتين

$$x + 85 = 120$$

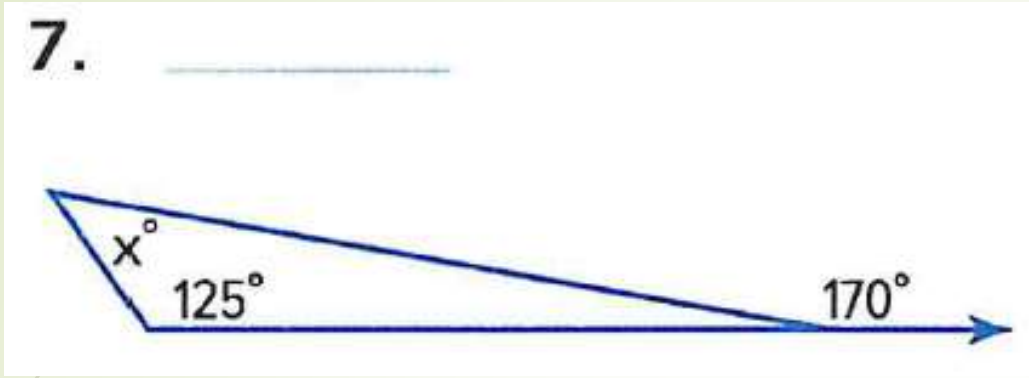
$$x = 120 - 85$$

$$x = 35°$$

تمارين ذاتية

أوجد قيمة x في كل مثلث.

7.



قياس زاوية خارجية في مثلث

يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين غير المجاورتين

$$x + 125 = 170$$

$$x = 170 - 125$$

$$x = 45°$$

تمارين ذاتية

صفحة 393

8. في $\triangle ABC$ قياس الزاوية A هو $2x+3$ والزاوية B هو $4x+2$ والزاوية C هو $2x-1$ فما قياسات الزوايا؟

مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$$

$$2x + 3 + 4x + 2 + 2x - 1 = 180$$

$$8x + 4 = 180$$

$$8x = 180 - 4$$

$$8x = 176$$

$$x = 176 \div 8$$

$$x = 22$$

$$m\angle A = 2(22) + 3 = 47$$

$$m\angle B = 4(22) + 2 = 90$$

$$m\angle C = 2(22) - 1 = 43$$

قياسات زوايا المثلث هي : $47°, 90°, 43°$

9 م٠٤ر **التفكير بطريقة تجريدية** ما قياس الزاوية الثالثة في مثلث إذا كانت الزاوية الأولى به قياسها 25° والزاوية الثانية 50°؟

مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

نعتبر الزاوية الثالثة x

$$x + 25 + 50 = 180$$

$$x + 75 = 180$$

$$x = 180 - 75$$

$$x = 105$$

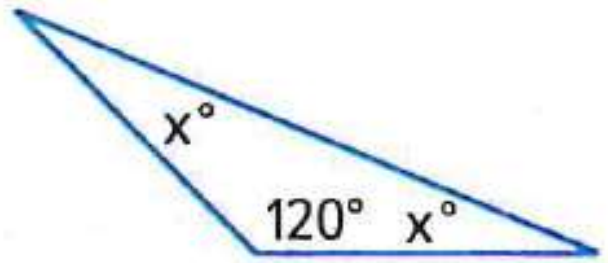
قياسات الزاوية الثالثة: $105°$

تمارين ذاتية

أوجد قياسات الزوايا في كل مثلث.

صفحة 394

10.



مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

$$x + x + 120 = 180$$

$$2x + 120 = 180$$

$$2x = 180 - 120$$

$$2x = 60$$

$$x = 60 \div 2$$

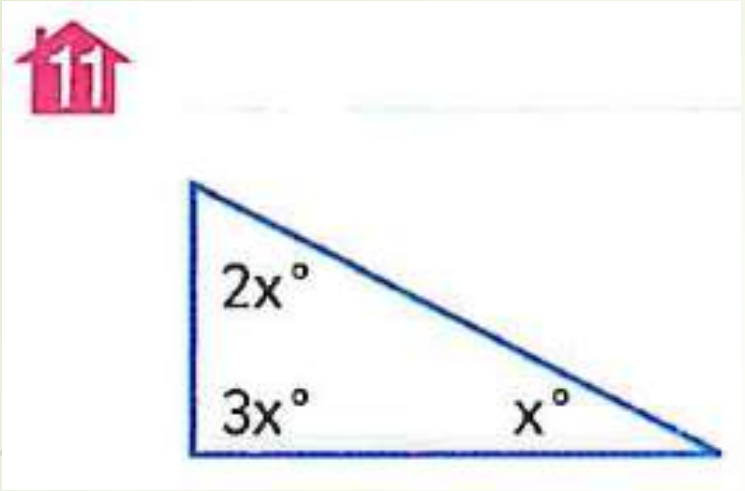
$$x = 30$$

قياسات زوايا المثلث هي : $120°, 30°, 30°$

تمارين ذاتية

أوجد قياسات الزوايا في كل مثلث.

11



مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

$$x + 2x + 3x = 180$$

$$6x = 180$$

$$x = 180 \div 6$$

$$x = 30$$

$$2x = 2 \times 30 = 60$$

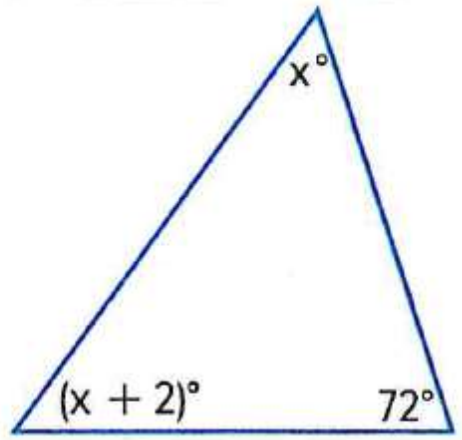
$$3x = 3 \times 30 = 90$$

قياسات زوايا المثلث هي : $30°\ ,60°\ ,90°$

تمارين ذاتية

أوجد قياسات الزوايا في كل مثلث.

12.



مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$

$$x + 2 + x + 72 = 180$$

$$2x + 74 = 180$$

$$2x = 180 - 74$$

$$2x = 106$$

$$x = 106 \div 2$$

$$x = 53$$

$$x = 53$$

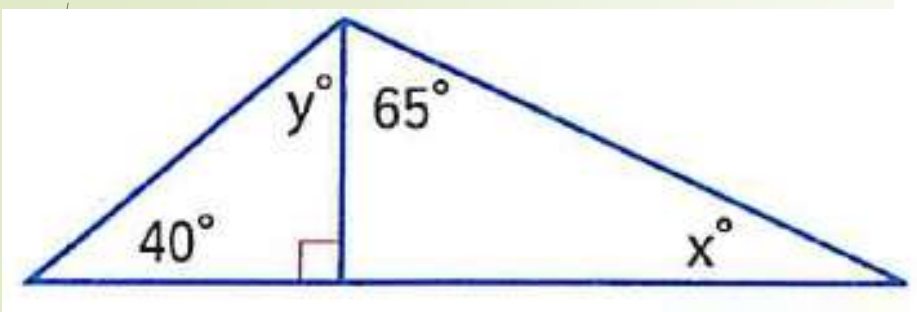
$$x + 2 = 53 + 2 = 55$$

قياسات زوايا المثلث هي : $53°\ ,\ 55°\ ,72°$

صفحة 395

27. م.ر **الاستدلال الاستقرائي** طبّق ما تعرفه عن الزوايا والمستقيمات لإيجاد قيمتي x و y في الشكل المبين على اليسار.

$x =$ _____ $y =$ _____



$$x + 65 + 90 = 180$$

$$x + 155 = 180$$

$$x = 180 - 155$$

$$x = 25$$

$$y + 40 + 90 = 180$$

$$y + 130 = 180$$

$$y = 180 - 130$$

$$y = 50$$

انطلق! تمرين على الاختبار

29. أي من العبارات التالية تكون صحيحة دائمًا بشأن العلاقة بين قياسي الزاويتين A و B في المثلث القائم المبين؟اختر جميع ما ينطبق.

- ☐ هما متكافئان.
- ☐ هما متكاملان.
- ■ هما حادان.
- ■ هما متتامان.